А. Г. Кислов

ФОРМАЛИЗАЦИЯ КАК ВЫХОД ЗА ПРЕДЕЛЫ СЕРЬЁЗНОГО

Лучше всего в моей новой теореме то, что она никоим образом и никогда не может никому ни в чём пригодиться.
(Известная похвальба неизвестного математика)

Тема взаимоотношения проблемы смеха и формальных методов не нова. Обсуждается же она давно и обычно в отрицательном ключе. Невозможность, да и ненужность формализации смешного обосновывается схожими соображениями: смех – проявление человеческого сознания, а потому, даже если формальную систему и можно организовать так, чтобы она распознавала или даже конструировала шутку, всё же по-настоящему смешно ей самой никогда не станет. С этим спорить не будем, а **поставим в данной статье перед собой более скромную задачу** – возразим расхожему мнению о том, что формализация есть дело исключительно серьёзное. Конечно, формализованная теория шутки никем не построена, но вот шутя, различные теории строят и довольно часто, причём побочно получая порой самые серьёзные результаты. Будем рассуждать не столько о смешном, сколько о несерьёзном, точнее о том, как несерьёзное рождается в абсолютно серьёзном, а серьёзное, в свою очередь – в несерьёзном, и о зыбкой грани между ними. **Эта задача представляется актуальной,** поскольку ее решение раскроет важнейшие механизмы познавательных процедур, возможно, вообще остающихся не замеченными без привлечения для их понимания смеха.

Несерьёзно о серьёзном

Начнём с одной известной шутливой задачки «О трёх рыбаках-математиках»:

«Три профессора математики рыбачили ранним утром. Сложив улов в общую кучу, чтобы потом поделить поровну, каждый отправился отдохнуть в собственную палатку. Все уснули. Первый математик проснулся с мыслью: «Мне же на лекцию!!!», и поспешил забрать из общей кучи свою долю улова. Он разделил всё количество пойманных рыбок на три равные части, но одна оказалась лишней. Чтобы она не стала причиной раздора, математик выбросил её в воду. Свою треть он забрал, а остальную рыбу опять сложил в общую кучу. Через некоторое время проснулся второй математик. «Мне же на лекцию!!!», – подумал он и тоже поспешил забрать из общей кучи свою долю улова. Не догадываясь о том, что сделал первый математик, он снова разделил количество оставшихся рыбок на три равные части, но вновь одна оказалась лишней. Чтобы она не стала причиной раздора, математик выбросил её в воду. Треть он забрал, а остальную рыбу опять сложил в общую кучу. Через некоторое время проснулся и третий математик. «Мне же на лекцию!!!», – подумал он и тоже поспешил забрать из общей кучи свою долю улова. Не догадываясь о том, что сделали первый и второй математики, он снова разделил количество оставшихся рыбок на три равные части, но и у него одна оказалась лишней. Чтобы она не стала причиной раздора, математик выбросил её в воду. Треть он забрал, а остальную рыбу опять сложил в общую кучу, рядом с которой остались стоять три пустые палатки.

Спрашивается, какое наименьшее число пойманных рыбок позволило им поступить таким образом?»

Если задачку воспринимать просто как арифметическое упражнение, то без особых затруднений «прилежный арифметик» находит ответ: *рыбок было 25*.

Однако существует и другой ответ: *рыбок было (–2)*!!!

Всё сходится: *Они поймали (–2) рыбки. Первый увидел, что при делении на 3 одна рыбка становится лишней, выбросил её и получил (–3) рыбки. (–1) рыбку он честно забрал, а т.к. (–(–1))=(+1) и ((–3)+1)=(–2), то осталось опять (–2) рыбки. Следующий* *математик может проделать с этими оставшимися (–2)-умя рыбками точно такую же процедуру*.

Подобное объяснение приписывают некоему пытливому юноше, ставшему впоследствии знаменитым физиком (мы воздержимся от указания имени молодого человека, т. к. встречаются самые разнообразные версии, что, впрочем, симптоматично), который, решая задания детской математической олимпиады, педантично уточнил, что при формулировке данного задания организаторы никого не ограничивали требованием искать решение исключительно в положительных числах, а из двух указанных в ответах чисел наименьшим является всё-таки (–2).

Но что такое – «минус две рыбки»?! Шутники выдвигают версию, что рассеянные профессора и горе-рыбаки принесли рыбок с собой и изначально двух выбросили в воду. Такое вот несерьёзное обоснование для несерьёзного ответа. «Минус две пойманные рыбки» – это, конечно же, шутка, которой юному дарованию удалось «утереть нос» организаторам олимпиады, допустившим небрежность в формулировке задания. Этой шуткой теперь удобно забавлять любознательных учеников, журя их за узость взглядов. Но ведь вычисление, представленное выше, вполне корректно, и формульное решение задачи совсем не в шутку даёт ответ именно с отрицательным числом как наименьшим.

Отрицательные числа, хоть и известны были уже в древнем Китае, в европейскую культуру пришли довольно поздно (точно указать затруднительно), вместе с понятием нуля и лишь благодаря распространению сведений об исследованиях индийских математиков (Брахмагупта, VII в.). Это произошло в контексте серьёзного развития алгебры.

А вот более древний, не менее серьёзный, хотя и несколько казусный, но прямо скажем – жизненно важный контекст. Пифагореец Гиппас Метапонтийский обнародовал тайну иррациональных (несоизмеримых с единицей) чисел, вследствие чего, по версии Ямвлиха, «…к тому, кто первым открыл недостойным посвящения в учения природу соизмеримости и несоизмеримости, [пифагорейцы] прониклись такой ненавистью и отвращением, что не только изгнали его из своего общества и общежития, но и соорудили ему гробницу в знак того, что они считают своего бывшего товарища ушедшим из жизни» [2, с. 152]. Есть мнение, что именно осознание невыразимости диагонали единичного квадрата средствами натуральных чисел и дробей открыло эру теоретической математики.

Каким же образом в поле зрения теоретического знания, ломая сложившиеся стереотипы, неожиданно попадают такие объекты, кажущиеся столь странными поначалу, как иррациональные числа, многомерные пространства, неевклидовы геометрии, неклассические (неаристотелевы) логики и др.? Научная актуализация подобных теоретических объектов есть следствие обобщения теорий в результате абстрактного рассуждения. Цели у таких обобщений могут быть довольно разнообразными: снятие обнаруженного внутритеоретического противоречия, решение конфликта между теорией и новыми полученными данными и др. Причём каждое обобщение устоявшейся теории в большей или меньшей степени встречает сопротивление со стороны сознания, интуиции и привычных способов интерпретации, т. е. здравого смысла. Но далеко не каждое обобщение способно сломать это сопротивление, а многие и вовсе не настроены на серьёзную победу (показателен, например, известный сложившийся научно-популярный тандэм Э. Эботта и Д. Бюргера, в двух книгах весело и непринуждённо вводящих читателей в проблематику серьёзнейших тем многомерной геометрии, забавно превращая в совершенно «житейские» такие понятия, как размерность, связность и кривизна [4]).

Каковы же тогда цели этих сугубо интеллектуальных забав? Ответ не прост, и нам кажется важным указать на родственность истоков и целей любого естественного смеха, простого весёлого настроения и искренней радости в душе. Интеллектуальная сфера сознания при этом не должна пострадать и остаться без должного внимания.

Серьёзно о несерьёзном

Наибольшей строгостью формулировок и механизмов функционирования обладают формализованные теории, представляющие собой идеал научной, в этом смысле – самой серьёзной рефлексии в процессе абстрактного теоретизирования. Направления обобщений формализованных теорий максимально прозрачны.

О формализации вообще как о способе отражения в точных понятиях и утверждениях самого мышления, равно как и его результатов, известно широко. В математике и логике, где формализация наиболее развита, современные разделы наук строятся именно как формализованные теории. Формализация традиционно противопоставляется содержательному или интуитивному мышлению. Конкретнее под формализацией понимают отображение содержательного знания в знаковом формализме, сведение содержательных мыслительных процессов к манипуляции символами.

Понятие процедуры символизации требует пояснения. Речь идёт об использовании в качестве средства выражения мыслей специального искусственного языка, вместо языка естественного. Правда, расхожий термин «символический язык» весьма условен и плеонастичен. Любой язык как семиотическая (знаковая) система символический – и естественный, и искусственный. Но именно последний, для закрепления отличий, привычно называют символическим языком. Он обладает рядом особенностей:

1. точностью, т. е. устраняет многозначность естественного языка, вследствие чего исключает возможность неоднозначной интерпретации;
2. обозримостью, т. е. выполняет задачу стенографии, сокращая запись для удобного манипулирования с нею;
3. структурностью, т. е. строится таким образом, чтобы интересующие исследователя взаимоотношения изучаемых объектов находили строгое выражение в самой структуре языка.

Формализация, в общем-то, не принципиально предполагает предварительную символизацию, но раскрывает все указанные преимущества последней. Можно сказать, что в формализации символизация находит своё завершение. Однако сама по себе символизация ещё не приводит к формализации, более того – символизация без формализации весьма распространена: музыкальная нотация, система дорожных знаков, формульный язык химии и др. Для формализации необходимо нечто большее.

Наши мысли выражаются посредством знаковых структур какого-либо языка – естественного или искусственного. Умозаключение как переход от одних мыслей к другим, по своей форме выглядит как переход от одних последовательностей знаков к другим. Символизация устанавливает только взаимо-однозначное соответствие между мыслями и последовательностями знаков в специальном искусственном языке. Формализация же идёт далее и устанавливает такое соответствие между логическими операциями и манипуляциями символами. Таким образом, при формализации процесс мышления трансформируется в процесс исчисления. Исчислением является знаковая система, построенная следующим образом:

1. задан алфавит, т. е. множество элементарных знаков символического языка;
2. заданы правила образования правильно построенных выражений из элементов алфавита;
3. заданы правила преобразования («вывода») одних правильно построенных выражений в другие.

Традиционно для построения формализованной теории используют аксиоматический метод (хотя имеются и иные способы), благодаря которому удаётся получать утверждения теории из небольшого числа постулатов. Здесь строгая формализация теории достигается лишь тогда, когда полностью отвлекаются от содержания (смысла) самих исходных понятий и аксиом. Величайший математик Давид Гильберт однажды выразил основную идею аксиоматического подхода следующим образом: «Надо, чтобы такие слова, как *точка*, *прямая*, *плоскость*, во всех предложениях геометрии можно было заменить,

например, словами *стол*, *стул*, *пивная кружка*» [1, с. 237]. Использование аксиоматического метода в процессе формализации обеспечивает такую систематизацию знания, при которой его отдельные элементы не просто координируют друг с другом, а находятся в отношении субординации. Поиски аксиом, из которых можно чисто логическим путём вывести теоремы, составляют одну из важнейших творческих задач.
Формализация даёт возможность освободиться от обращения к интуитивным представлениям, что имеет решающее значение в экспликации научных понятий. Интуитивные понятия, хотя и кажутся более ясными с точки зрения обыденного сознания, но в силу их недостаточной определённости и неоднозначности они мало пригодны для научной деятельности. Следует рассматривать методологическое значение формализации в качестве средства выявления и уточнения содержания научного знания. Однако широко известно предупреждение о том, что нельзя допускать превосходства формы над содержанием и сводить решение всех проблем к анализу структуры формализованного языка. Роль формы в раскрытии содержания признаётся исключительно при обусловленности её последним. Конечно же, формализация не может исчерпать всего богатства содержания, она способна лишь последовательно приближаться к этому пределу. Выражая научную теорию в виде исчисления, важно ставить содержательный вопрос адекватности данного исчисления данной теории. Но на определённом этапе научных исследований мы можем и, с исследовательской точки зрения, обязаны независимо от какой-либо возможной интерпретации, анализировать само исчисление в качестве предмета научной рефлексии, просто как систему знаков и операций с последовательностями этих знаков. Теория знаковых рядов (синтаксических систем) позволяет совершенно автономно рассматривать произвольное исчисление так же, как мы рассматриваем систему правил различных интеллектуальных игр, например, крестиков-ноликов, реверси, шахмат, го и др.

Правда, здесь есть один очень важный нюанс. Правила игры мы можем относительно легко изменить, например, договориться, что в крестики-нолики теперь проигрывает, а вовсе не выигрывает, тот, кто будет вынужден построить линию из своих знаков. Станут ли такие «негативные» крестики-нолики популярны? Вряд ли, но это не важно, они всё равно останутся интеллектуальной комбинаторной игрой. В качестве ещё одного примера игры с модифицированными правилами можно привести и так называемый «мизер», как один из заказываемых сценариев в некоторых карточных играх. Модификация принципов какого-либо исчисления также возможна, но останемся ли мы тогда в пределах привычной интерпретации? Это достаточно редко можно гарантировать заранее. Знаменитый «toleranz prinzip» Карнапа [5] здесь неуместен, и конвенционалистское отождествление исчисления и теории, проводимое ранними логическими позитивистами, к сожалению, спровоцировало несправедливо негативное отношение философов к формальным средствам анализа. Содержательная теория не есть исчисление, она лишь может быть выражена в форме исчисления.

Любое исчисление модифицируемо различными способами, а сама возможность модификаций приводит к обобщению этого исчисления. Но обобщённое исчисление не обязано представлять какую бы то ни было содержательную теорию. Обобщение формальной теории традиционной геометрии привело к учению о многомерных пространствах. Но пространство более трёх измерений не есть пространство в прежнем значении слова, а лишь система зависимостей, которая может быть актуализирована в различных сферах знания. Так же обстоит дело с появлением неевклидовых геометрий и неклассических логик. Причём здесь важно не впасть в универсалистскую крайность «единственности интерпретации». Ни евклидова геометрия, ни классическая логика не оказались единственными и универсальными.

Да, само по себе исчисление ничего не выражает, и при автономном его рассмотрении знаки алфавита не выполняют обозначающей функции. Исчисление в этом смысле есть лишь форма для возможных интерпретаций: слепок с некоторых из уже имеющих место теорий, и заготовка для потенциальных. В этом есть свои преимущества, т.к. автономное рассмотрение исчислений:

1. исключает при интерпретации все неявно содержащиеся в теории предпосылки, позволяя работать с чистой теорией;
2. развивает сам аппарат формализации, модифицируя различные классы исчислений, выясняя их внутренние возможности и повышая уровень общности подхода;
3. позволяет «впрок» накапливать исчисления, готовясь к потребности в самых неожиданных интерпретациях для нового теоретического знания.

Таким образом, интеллектуальная работа заключается не только исключительно в конструировании исчисления, адекватного для выражения конкретной содержательной теории, но и в генерировании формальных теорий, которые могли бы стать основой интерпретации какого-либо исчисления. Причём путь абстрактного теоретизирования от проблем содержательной теории, через формализацию в конкретном исчислении, через различные модификации и обобщения этого исчисления, наконец – к возможностям новой интерпретации, не всегда позволяет сохранить серьёзность исходной теории.

«Тренировочные» интерпретации автономно сконструированных исчислений нередко оказываются абстрактными «пустышками», не более чем интеллектуальными забавами. Не более? Да, но и не менее! На самом высоком уровне интеллектуальной рефлексии, потенциал смешного ничуть не уменьшается, как может показаться. Конечно, как и с другими формами смеха, если этот потенциал не раскроется, причины для интеллектуального веселья не будет. Таких мастеров как Льюис Кэрролл, Рэймонд Смаллиан, Джон Конуэй, Мартин Гарднер и Даглас Хофштадтер не много, но они сами, как и их предшественники, и их последователи создают удивительный мир остроумных забав и интеллектуальных развлечений, этот незаконнорождённый и беззаботный, как всякий байстрюк, отпрыск древних мистерий [3]. И этот мир извечных загадок бытия и сознания легко размещается на вашем письменном столе!

Проведенное в статье исследование различных примеров формализации позволяет сделать выводы*, что формализация – подлинно символическая работа, идеал теоретического построения, но и, удивительным образом, путь к конституированию интеллектуальной формы смеха, изысканно несерьёзного отношения к серьёзному.*

1. Вейль Г. Давид Гильберт и его математическое творчество // Вейль Г. Математическое мышление. – М., 1989.
2. Фрагменты ранних греческих философов. Часть 1. От эпических теокосмогоний до возникновения атомистики. – М., 1989.
3. Холл М. П. Энциклопедическое изложение масонской, герметической, каббалистической и розенкрейцеровской символической философии. – Новосибирск, 1992. – Т.1–2.
4. Эбботт Э. Э. Флатландия. Бюргер Д. Сферландия. – М., 1976.
5. Carnap R. Logische Syntax der Sprache. Wien, 1934.